

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ A SATELOR DIN ROMÂNIA
BAREM CORECTARE – ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a V-a 16.03.2024

Problema 1. (7 puncte)

a) Determinați ultima cifră a numărului

$$A = 10^{11} + 11^{12} + 12^{13} + 13^{14} + 14^{15} + 15^{16} + 16^{17} + 17^{18} + 18^{19} + 19^{20}$$

b) Aflați numărul \overline{abc} , știind că $2 \cdot c = 19 : a - 7 \cdot b$

Soluție:

a) $U(A) = U(0 + 1 + 2 + 9 + 4 + 5 + 6 + 9 + 2 + 1) = 9 \dots \dots \dots (4p)$

b) $2 \cdot c + 7 \cdot b = 19 : a \Rightarrow a = 1 \dots \dots \dots (2p)$

$2 \cdot c + 7 \cdot b = 19 \Rightarrow b = 1, c = 6, \overline{abc} = 116 \dots \dots \dots (1p)$

Problema 2. (7 puncte)

Aflați restul împărțirii numărului

$$x = 7 + 97 + 997 + 9997 + \dots + \underbrace{999 \dots 997}_{\text{de } 2024 \text{ ori}} + 2024 \text{ la } 3.$$

Soluție:

$$x = (3 \cdot 2 + 1) + (3 \cdot 32 + 1) + (3 \cdot 332 + 1) + \dots + \left(3 \cdot \underbrace{333 \dots 332}_{\text{de } 2024 \text{ ori}} + 1 \right) + 2024 \dots \dots \dots (3p)$$

$$x = 3 \cdot \left(2 + 32 + 332 + \dots + \underbrace{333 \dots 332}_{\text{de } 2024 \text{ ori}} \right) + 2025 + 2024$$

$$x = 3 \cdot \left(2 + 32 + 332 + \dots + \underbrace{333 \dots 332}_{\text{de } 2024 \text{ ori}} \right) + 4049 \dots \dots \dots (2p)$$

$$x = 3 \cdot \left(2 + 32 + 332 + \dots + \underbrace{333 \dots 332}_{\text{de } 2024 \text{ ori}} \right) + 3 \cdot 1349 + 2, \quad R=2 \dots \dots \dots (2p)$$

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!

Problema 3. (7 puncte)

Moș Cizmă le propune celor patru nepoți un joc matematic de echipă. Le dă fiecăruia un bilet cu numere în funcție de n , număr natural prim. Sandală are pe bilet $2n + 1$, Pantof are pe bilet $3n + 2$, Adidas are $4n + 3$, iar Nike are pe bilet $6n + 1$.

Moș Cizmă îi provoacă să determine numerele naturale n , pentru care cele patru numere sunt prime în același timp. Puteți să-i ajutați? Dacă da, care sunt numerele n ?

Soluție:

Pentru $n = 2$ observăm că Pantof obține 8, care nu este prim.....(1p)

Pentru $n = 3$ observăm că Adidas obține 15, care nu este prim(1p)

Pentru $n = 5$ observăm că:

Sandală obține 11, Pantof obține 17, Adidas obține 23, Nike obține 31, care toate sunt prime(2p)

Pentru $n \geq 5$, putem avea următoarele forme pentru n : $5k, 5k + 1, 5k + 2, 5k + 3, 5k + 4$

Dacă $n = 5k$, nu avem numere prime pentru orice $k \geq 2$(1p)

Dacă $n = 5k + 1$ Pantof nu are nr. prim, dacă $n = 5k + 2$ Sandală nu are nr. prim, dacă $n = 5k + 3$ Adidas nu are nr. prim, dacă $n = 5k + 4$ Nike nu are nr. prim.(2p)

Atunci singura soluție este $n = 5$

Problema 4. (7 puncte)

Au fost distribuite bilete construite după următoarea regulă matematică:

Bilet 1	Bilet 2	Bilet 3	Bilet 4	Bilet 5										
<table border="1"><tr><td>1</td><td>4</td></tr></table>	1	4	<table border="1"><tr><td>8</td><td>7</td></tr></table>	8	7	<table border="1"><tr><td>15</td><td>10</td></tr></table>	15	10	<table border="1"><tr><td>22</td><td>13</td></tr></table>	22	13	<table border="1"><tr><td>29</td><td>16</td></tr></table>	29	16
1	4													
8	7													
15	10													
22	13													
29	16													

Miți afirmă că are biletul 27 și pe el are numărul 83. Piți afirmă că are biletul 35 și suma numerelor de pe bilet este 340. Riți afirmă că are biletul 45 și că suma tuturor numerelor de pe biletele 1,2 ,3,4,5,.....,45 este 10125. Câștigă jocul cea care spune adevărul. Aflați cine a câștigat.

Soluție:

183	82
-----	----

 Bilet 27 , Miți nu spune adevărul(2p)

239	106
-----	-----

 Bilet 35 , Piți nu spune adevărul(2p)

309	136
-----	-----

 Bilet 45 ,(1p)

$S=1+8+15+....+309+4+7+10+...+136=6975+3150=10125$, Riți spune adevărul.....(2p)

„Binele ce-l faci la oarecine, ți-l întoarce vremea care vine”
Anton Pann

Felicitări!